

Wyznaczanie współczynnika wnikania ciepła  
dla konwekcji swobodnej

# 1 Oznaczenia

- $a$  - dyfuzyjność termiczna (współczynnik wyrównania temperatury),  $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
- $A$  - pole powierzchni,  $\text{m}^2$
- $c_p$  - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,  $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
- $C_0$  - stała promieniowania,  $C_0 = 5,67 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}^4}$
- $d$  - średnica,  $\text{m}$
- $g$  - przyspieszenie grawitacyjne,  $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- Gr - liczba Grashofa -
- $l$  - długość,  $\text{m}$
- Nu - liczba Nusselta, -
- Pr - liczba Prandtla -
- $T_p$  - temperatura płynu,  $\text{K}$
- $T_s$  - temperatura powierzchni ścianki pręta,  $\text{K}$
- $T_{s_0}$  - temperatura powierzchni ścian otaczających (ściany pom.),  $\text{K}$
- $q$  - gęstość strumienia ciepła,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
- $Q_g$  - strumień ciepła wytwarzany przez grzałkę,  $\text{W}$
- $\alpha$  - współczynnik przejmowania ciepła,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}$
- $\alpha_k$  - współczynnik przejmowania ciepła dla konwekcji,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}$
- $\alpha_r$  - współczynnik przejmowania ciepła dla promieniowania,  $\frac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}}$
- $\beta$  - współczynnik rozszerzalności objętościowej,  $\frac{1}{\text{K}}$
- $\varepsilon_{s-s_0}$  - zastępcza zdolność emisji, -
- $\lambda$  - współczynnik przewodzenia ciepła,  $\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$
- $\nu$  - współczynnik lepkości kinematycznej,  $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
- $\rho$  - gęstość,  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

## 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest poznanie podstawowych zależności pozwalających na obliczenie współczynnika wnikania ciepła przy konwekcji swobodnej. Wyznaczanie współczynnika wnikania ciepła dla konwekcji swobodnej od gorącego pręta ułożonego poziomo do otaczającego powietrza wykorzystując zależności kryterialne oraz metodą eksperymentalną.

## 2. Wprowadzenie teoretyczne

Konwekcyjna wymiana ciepła występuje, gdy cząsteczki ciała przenoszącego ciepło zmieniają swoje położenie względem ciała oddającego lub pobierającego ciepło. Ten rodzaj wymiany ciepła jest typowy dla płynów (ciecze i gazy). Ruch poszczególnych cząsteczek może być wywołany w sposób naturalny w wyniku zmiany gęstości poszczególnych cząsteczek spowodowanej zmianą ich temperatury - konwekcja naturalna - lub sztuczny (np. wywołany za pomocą wentylatora lub pompy). - konwekcja wymuszona [1].

Gęstość strumienia przejmowanego ciepła określa prawo Newtona

$$q = \alpha(T_s - T_p) \quad (1)$$

Współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  jest funkcją wielu zmiennych tj. gęstość płynu, jego ciepła właściwego, współczynnika lepkości płynu, współczynnika przewodzenia ciepła płynu, prędkości i charakteru przepływu płynu oraz kształtu rozpatrywanej powierzchni wymiany ciepła [2].

Określenie współczynnika wnikania ciepła dla konwekcji sprowadza się najczęściej do określenia współczynnika wnikania ciepła, który w postaci bezwymiarowej przedstawia liczba Nusselta

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} \quad (2)$$

Gdzie  $d$  to wymiar charakterystyczny. W przypadku omywania poziomego pręta wymiarem charakterystycznym jest jego średnica zewnętrzna. Z powyższego wzoru wynika, że liczba Nu wyraża stosunek szybkości wymiany ciepła w wyniku konwekcji do szybkości wymiany ciepła w wyniku przewodnictwa cieplnego. Liczbę Nusselta można wyrazić jako funkcję zależną od innych liczb bezwymiarowych: Reynoldsa, Prandtla i Grashofa.

Do opisu konwekcji swobodnej stosuje się liczby Prandtla, Grashofa oraz liczbę Rayleigha, która będącą iloczynem liczb Grashofa i Prandtla [2].

Liczbę Prandtla wyraża stosunek lepkości płynu do jego przewodnictwa cieplnego

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} \quad (3)$$

gdzie  $a$  - dyfuzyjność termiczna (współczynnik wyrównania temperatury) wyrażona jest wzorem

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \quad (4)$$

Liczbę Grashofa wyraża stosunek siły wyporu do sił lepkości danego płynu

$$\text{Gr} = \frac{g \cdot d^3 \cdot \beta \cdot (T_s - T_p)}{\nu^2} \quad (5)$$

gdzie współczynnik rozszerzalności objętościowej

$$\beta = \frac{1}{T_p} \quad (6)$$

### 3. Wyznaczanie współczynnika wnikania ciepła w przypadku konwekcji swobodnej wokół poziomego pręta na drodze teoretycznej

W celu wyznaczenia współczynnika wnikania ciepła z zależności (2)

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} \rightarrow \alpha = \frac{\text{Nu} \cdot \lambda}{d} \quad (7)$$

należy wcześniej obliczyć wartość liczby Nusselta.

W przypadku gdy powierzchnia zewnętrzna pręta poziomego jest omywana płynem w warunkach konwekcji swobodnej równanie kryterialne przyjmuje następującą postać

$$\text{Nu} = C \cdot (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^A \quad (8)$$

Wartość stałych  $A$  i  $C$  podano w tab. 1

Tab. 1 Wartości stałych  $A$  i  $C$  w równaniu kryterialnym konwekcji swobodnej [3]

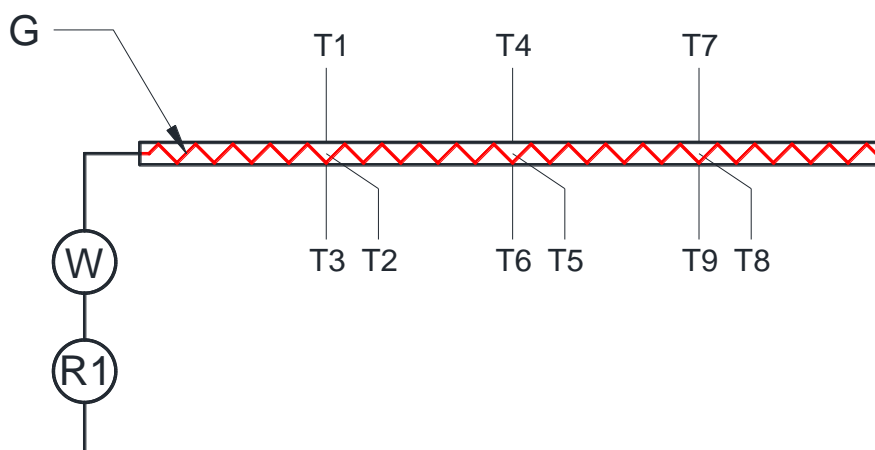
Zakres wartości $Gr \cdot Pr$	Stała $C$	Wykładnik $A$
$10^{-3} \div 5 \cdot 10^2$	1,18	0,125
$5 \cdot 10^2 \div 2 \cdot 10^7$	0,54	0,25
$2 \cdot 10^7 \div 10^{13}$	0,135	1/3

Należy tutaj pamiętać, że w zależnościach (5) i (7) dla przypadku konwekcji swobodnej wokół poziomego pręta wymiarem charakterystycznym jest jego średnica zewnętrzna  $d$ .

## 4. Wyznaczanie współczynnika wnikania ciepła w przypadku konwekcji swobodnej na drodze eksperymentalnej

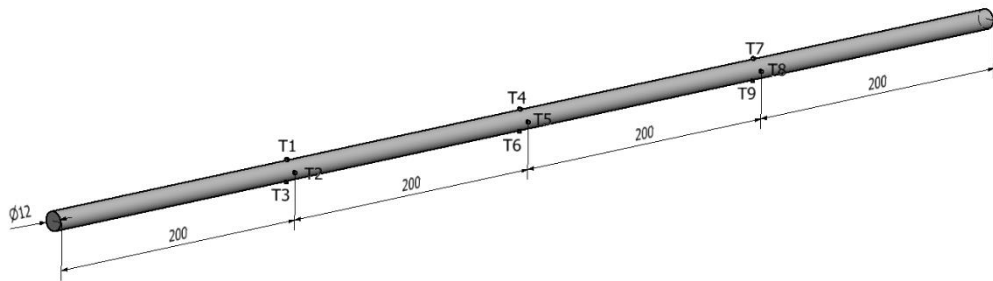
### 4.1. Stanowisko pomiarowe

Stanowisko pomiarowe zostało przedstawione schematycznie na rys. 1. Głównym jego elementem jest grzałka elektryczna  $G$ . Grzałka ma długość  $l = 800$  mm i średnicę  $d = 12$  mm. Moc grzałki reguluje się w sposób płynny za pomocą regulatora  $R1$ . Temperatura na powierzchni pręta jest mierzona dziewięcioma termoelementami typu  $T$ . Dokładne rozmieszczenie termoelementów na powierzchni grzałki przedstawia rys. 2.



Rys. 1 Schemat stanowiska pomiarowego

T1-T9 - pomiar temperatury, R1 - regulator mocy, W - pomiar mocy, G - grzałka.



Rys. 2 Rozmieszczenie termoelementów na powierzchni grzałki

## 4.2. Wykonanie pomiarów

Ponieważ stanowisko badawcze jest bardzo wrażliwe na warunki zewnętrzne należy zachować szczególną ostrożność, aby nie spowodować dodatkowej cyrkulacji powietrza (zamknięte okna i drzwi, nie przemieszczanie się w pobliżu stanowiska laboratoryjnego). Dodatkowy ruch powietrza w pobliżu układu pomiarowego uniemożliwi osiągnięcie stanu ustalonego, a samo zjawisko konwekcji swobodnej zmieni swój charakter na konwekcję częściowo wymuszoną.

Pomiar należy zakończyć, gdy nastąpi stan ustalony tj. temperatura nie będzie się zmieniać w czasie. W trakcie laboratorium należy wykonać trzy serie pomiarowe dla różnych temperatur powierzchni pręta grzejnego. Po każdej serii pomiarowej należy zapisać parametry powietrza panujące w laboratorium ( $t_a$  - temperatura,  $p_a$  - ciśnienie).

## 4.3. Opracowanie wyników pomiarów

W celu eksperymentalnego wyznaczenia współczynnika przejmowania ciepła od gorącego pręta do powietrza korzystając z zależności:

$$\alpha = \frac{q}{t_s - t_p} = \frac{Q_g}{A(t_s - t_p)} \quad (9)$$

należy pamiętać, że w procesie wnikania ciepła z płynu do ścianki lub odwrotnie ciepło jest transportowane zarówno na drodze konwekcji jak i promieniowania. Dlatego współczynnik wnikania ciepła  $\alpha$  jest sumą współczynnika wnikania ciepła dla konwekcji  $\alpha_k$  i promieniowania  $\alpha_r$ .

$$\alpha = \alpha_k + \alpha_r \quad (10)$$

Powierzchnię wymiany ciepła  $A$  należy policzyć, jako powierzchnię boczną walca o wymiarach pręta grzejnego ( $l = 800$  mm,  $d = 12$  mm), ponieważ oba końce grzałki są izolowane cieplnie, a więc ciepło odprowadzane jest z niej do powietrza jedynie przez powierzchnię boczną.

Średnią temperaturę powierzchni pręta  $t_s$  należy obliczyć z zależności (11)

$$t_s = \frac{t_{sg} + 2t_{sb} + t_{sd}}{4} \quad (11)$$

gdzie średnia temperatura powierzchni górnej pręta wynosi  $t_{sg} = \frac{t_1 + t_4 + t_7}{3}$ , średnia temperatura powierzchni bocznej pręta  $t_{sb} = \frac{t_2 + t_5 + t_8}{3}$ , a temperatura powierzchni dolnej pręta  $t_{sd} = \frac{t_3 + t_6 + t_9}{3}$ .

Kolejnym krokiem jest obliczenie współczynnika wnikania ciepła przy promieniowaniu  $\alpha_r$ . W tym, celu należy przyrównać ze sobą równanie opisujące strumień ciepła przekazywany na drodze promieniowania

$$Q_r = A \cdot \varepsilon_{s-so} \cdot C_0 \left( \left( \frac{T_s}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{so}}{100} \right)^4 \right) \quad (12)$$

z zależnością

$$Q_r = A \cdot \alpha_r \cdot (T_s - T_p) \quad (13)$$

która również jest prawdziwa, ponieważ powierzchnia pręta omywana jest przez płyn. Z porównania tych zależności otrzymujemy wzór z którego wyliczymy współczynnik wnikania ciepła dla promieniowania  $\alpha_r$ .

$$\alpha_r = \varepsilon_{s-so} \cdot C_0 \frac{\left( \left( \frac{T_s}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{so}}{100} \right)^4 \right)}{(T_s - T_p)} \quad (14)$$

gdzie zastępczą zdolność emisji między ścianką pręta, a ścianami otaczającymi pręt (ściany pomieszczenia) oblicza się z zależności (15) zwanej wzorem Christiansena

$$\varepsilon_{s-so} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_s} + \frac{A}{A_{so}} \left( \frac{1}{\varepsilon_{so}} - 1 \right)} \quad (15)$$

Ponieważ stosunek powierzchni pręta do powierzchni ścian otaczających  $A/A_{so} \approx 0$  to ostatecznie otrzymujemy  $\varepsilon_{s-so} = \varepsilon_s$ , więc zależność (14)

przyjmuje postać

$$\alpha_r = \varepsilon_s \cdot C_0 \frac{\left( \left( \frac{T_s}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{so}}{100} \right)^4 \right)}{(T_s - T_p)} \quad (16)$$

Do obliczeń przyjmując emisyjność powierzchni pręta  $\varepsilon_s = 0,2$ .

Teraz znając współczynnik wnikania ciepła dla promieniowania  $\alpha_r$  oraz sumaryczny współczynnik wnikania ciepła  $\alpha$  obliczony z zależności (9) można korzystając z zależności (10) obliczyć współczynnik wnikania ciepła dla konwekcji  $\alpha_k$ .



## 5. Sprawozdanie

Sprawozdanie powinno zawierać:

- Cel ćwiczenia;
- Schemat stanowiska pomiarowego;
- Zestawienie wyników pomiarów;
- Przedstawienie toku obliczeń z przykładowymi podstawieniami do wzorów;
- Zestawienie w formie tabelarycznej uzyskanych wartości konwekcyjnego współczynników wnikania ciepła  $\alpha_k$  przy użyciu wzorów kryterialnych i pomiarów;
- Wykres zależności konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła  $\alpha_k$  uzyskanego przy użyciu wzorów kryterialnych i pomiarów w funkcji różnicy temperatury powierzchni pręta i powietrza  $\alpha_k = f(\Delta T)$ ;
- Uwagi i wnioski.

## 6. Literatura

- [1] Krystyna Krygier, Tomasz Klinke, Jerzy Sewerynik „Ogrzewnictwo, wentylacja, klimatyzacja” Warszawa : Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, 2000
- [2] Stefan Wiśniewski, Tomasz S. Wiśniewski „Wymiana ciepła” Warszawa : Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2000
- [3] Jan Szargut „Termodynamika” Warszawa : Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa, 2000
- [4] Hobler Tadeusz "Ruch ciepła i wymienniki"
- [5] Pudlik Wiesław "Wymiana i wymienniki ciepła"

## Załącznik 1 - Właściwości powietrza suchego przy ciśnieniu atmosferycznym

Tab. 2 Właściwości powietrza suchego przy ciśnieniu atmosferycznym [4, 5]

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$c_p, \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$	$\lambda, \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$	$\mu, \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$	$\nu, \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
-50	1,534	1013,2	0,02030	0,000014612	0,00000923
-20	1,365	1009,0	0,02250	0,000016279	0,00001161
0	1,252	1009,0	0,02366	0,000017168	0,00001328
10	1,206	1009,0	0,02448	0,000017751	0,00001416
20	1,164	1013,2	0,02517	0,000018224	0,00001506
30	1,127	1013,2	0,02575	0,000018668	0,00001600
40	1,092	1013,2	0,02645	0,000019224	0,00001696
50	1,056	1017,4	0,02714	0,000019613	0,00001795
60	1,025	1017,4	0,02796	0,000020113	0,00001897
70	0,996	1017,4	0,02854	0,000020390	0,00002002
80	0,968	1021,6	0,02923	0,000020974	0,00002109
90	0,942	1021,6	0,02993	0,000021585	0,00002210
100	0,916	1021,6	0,03062	0,000021779	0,00002313
120	0,870	1025,8	0,03190	0,000022751	0,00002545
140	0,827	1025,8	0,03318	0,000023530	0,00002780
160	0,789	1029,9	0,03434	0,000024113	0,00003009
180	0,755	1034,1	0,03561	0,000025002	0,00003249
200	0,723	1034,1	0,03689	0,000025891	0,00003485